

Eberhard KNOBLOCH, « La mort, les catastrophes et les assurances chez Leibniz », p. 1-12.
<<http://umr6576.cesr.univ-tours.fr/Publications/HasardetProvidence>>

Hasard et Providence XIV^e-XVII^e siècles

Actes du cinquantenaire de la fondation du CESR et XLIX^e Colloque International d'Études Humanistes
Tours, 3-9 juillet 2006

publié par le Centre d'Études Supérieures de la Renaissance,

Responsable de publication

Marie-Luce DEMONET,
Université François-Rabelais de Tours, CNRS/UMR 6576

Mentions légales

Copyright 2007 – © CESR. Tous droits réservés.
Les utilisateurs peuvent télécharger et imprimer cet article,
pour un usage strictement privé.
Reproduction soumise à autorisation.

Date de publication

03 avril 2007

Date de mise à jour

Ouvrage en ligne publié avec le concours
de l'Université François-Rabelais, du CNRS,
du Ministère de la Recherche et de l'Enseignement supérieur,
du Ministère de la Culture et de la Communication,
du conseil régional du Centre,
du conseil général de l'Indre-et-Loire,
de l'Institut Universitaire de France

Collection « *La Renaissance en ligne* »



Eberhard Knobloch

Technische Universität Berlin

La mort, les catastrophes et les assurances chez Leibniz

Vitruve nous raconte l'histoire suivante : après un naufrage le philosophe Aristippe s'exclame : « Reprenons espoir parce que je vois les traces d'hommes ». À bon droit il déduit l'existence d'hommes à partir de l'existence de géométries mathématiques.



Fig. 1 – *Euclidis quæ supersunt opera omnia*
éd. par D. Gregory Oxford 1703 page de titre gravure sur cuivre

1. Vitruve *Sur l'architecture* livre 6 préface



L'intérêt que Leibniz portait à l'harmonie du monde se reflétait dans son calcul d'assurance. Celui-ci concernait la mort et la vie des hommes et les catastrophes. Ce calcul était d'une grande importance pour la vie publique parce qu'il concernait la garantie de l'assurance, la justesse des opérations financières, l'évolution démographique, les pensions de retraite et l'endettement des États.

Leibniz était très profondément un philosophe pratique qui mettait sa connaissance juridique et sa compétence mathématique au service du *bonum* du bien commun. Que peut-on faire sans connaître l'avenir sans connaître la volonté de Dieu ? On peut développer un calcul d'assurance.

Par conséquent, je voudrais discuter des cinq aspects suivants :

- L'économie et la science : les mathématiques comme force culturelle
- *Negotium mathematici iuris* : les mathématiques comme force juridique
- *Calculus politicus* : la démographie
- Les rentes viagères : les mathématiques comme force politique
- L'endettement des États

L'économie et la science : les mathématiques comme force culturelle

Par conséquent, toute la république est, pour ainsi dire, un vaisseau qui est exposé à beaucoup de tempêtes et de malheurs. De ce fait, il est injuste que le malheur ne concerne qu'un petit nombre d'hommes tandis que les autres ne sont pas concernés.

L'idée directrice de Leibniz était le bien commun. Dans ses mémoires pour le duc Jean-Frédéric de Hanovre pour l'électeur brandenbourgeois Frédéric Berlin et pour l'empereur allemand Léopold I à Vienne, il a mis en évidence que la fondation d'assurances publiques pour protéger le citoyen singulier particulièrement contre les dommages causés par le feu ou l'eau est dans l'intérêt de la communauté prospère, c'est-à-dire dans l'intérêt de tous, du souverain aussi, parce qu'on ne peut pas demander aux gens ce qu'ils n'ont pas.

Une des choses les plus utiles pour le bien du pays et des gens serait une bonne institution contre les dommages causés par le feu, parce qu'entre temps, on a trouvé des moyens excellents contre cela qui reposent sur les machines et sur un fondement mathématique.

2. Gofried Wilhelm Leibniz *Hauptschriften zur Versicherungs- und Finanzmathematik* éd. par E. Knobloch et J. M. Graf von der Schulenburg, Berlin, Akademie Verlag, 2000.

3. G. W. Leibniz *Hauptschriften* n^op. Lit 1 I 5

4. *Ibid* p. 13

5. *Ibid* p. 25

De la même manière il faudrait établir une institution contre les dommages causés par l'eau. À ce e n éminente il ne faut qu'utiliser correctement la géométrie. En fait l'art du niveau à bulle d'air est très avancé maintenant.

Mais Leibniz ajoute : « quoi qu'il ne soit pas assez connu, Leibniz exhortait les souverains à appliquer les moyens seulement s'ils sont conformes au but a n de garder toute crédibilité ».

En fait la crédibilité est une des choses les plus importantes qu'il faille chercher et conserver. Parfois il faut plus l'estimer qu'un capital comptant.

Il voulait faire parvenir l'excédent à la caisse de la Société des Sciences à savoir l'Académie tenue au bien commun qu'il voulait encore établir en ce temps là. Il voulait lui conférer l'administration la direction de ce e institution et de ses collègues laborateurs. Pour Leibniz l'économie et la science dépendaient l'une de l'autre en tant que domaines d'une communauté.

Negotium mathematici iuris : **les mathématiques comme force juridique**

Comment doit-on calculer la valeur actuelle d'une somme devant être payée dans l'avenir. C'est un problème qui concerne le droit, la politique et les mathématiques. Il faut déterminer un rabais. Aucune de ces trois disciplines ne peut décider de ce e question toute seule. La valeur juste ne doit favoriser ni le débiteur ni le créancier. Elle doit concilier les intérêts dans le cadre du droit commercial et du droit contractuel. pas d'intérêts composés, les intérêts sont égaux à cinq pour cent. Ici comme toujours, Leibniz a l'idée d'une harmonie mondiale.

D'après le corpus du droit civil, il était de règle que celui qui paie comptant ou plus tôt avant l'exigibilité paie moins à ce moment là.

L'escompte légitime était *appellaturium* intérêt intermédiaire, mais il n'est pas défini, il n'est pas expliqué comment on doit le calculer. Pour Leibniz il y avait trois situations fondamentales dans lesquelles on est confronté à ce problème :

- Les remboursements de dettes
- Les ventes aux enchères
- Les assurances, les pensions de retraite

6. *Ibid* p. 25

7. *Ibid* p. 17 sq



Dans ses écrits il y a trois méthodes pour calculer cet escompte Il trouva solution correcte pas à pas en discutant avec plusieurs correspondants comme Christoph Pfautz et Johann Jacob Ferguson

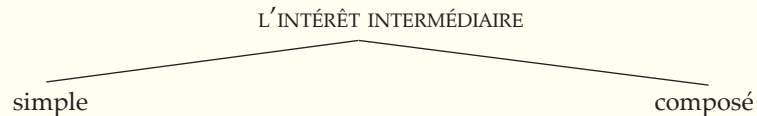
La méthode de Carpzov

Au milieu du 17^e siècle le fameux juriconsulte saxon Benedict Carpzov avait déterminé que l'escompte doit être calculé sur la base des intérêts de l'argent que l'acheteur n'a pas encore payé au début de chaque année L'examen par Leibniz de cette pratique est foudroyant Cela entraînait des conséquences absurdes les intérêts des paiements qui étaient encore exigibles pouvait dépasser l'acompte comptant Dans ce cas l'enchérisseur avait payé moins que rien

Leibniz s'étonne de la conviction de Carpzov qui croyait avoir éliminé tout doute dans l'esprit du lecteur Il ajoute les juriconsultes saxons n'étaient pas assez exercés à l'activité d'un mathématicien juriste *negotium mathematici iuris*

La solution des légistes

Leibniz définit l'intérêt intermédiaire de telle manière qu'il fournisse avec la valeur actuelle la somme promise L'intérêt intermédiaire simple concerne la valeur actuelle d'une seule somme L'intérêt intermédiaire composé concerne les valeurs actuelles de plusieurs sommes qui doivent être payées à différentes dates comme dans le cas des rentes ou des pensions



Les intérêts composés étaient interdits par la loi En conséquence Leibniz croyait d'abord ne pas avoir le droit de les appliquer ici

Soit p la somme d'argent prêtée soit a le nombre d'années dans lesquelles elle doit être remboursée i le taux légal d'intérêt annuel x la valeur actuelle cherchée et $\frac{100}{i}$

Dans ce cas il faut utiliser la formule $x = \frac{p}{v+a}$

- | | | | | | |
|-----|-------------|---|---------|-----------------------|-----------------------------|
| 8. | G | W | Leibniz | <i>Hauptschriften</i> | n ^o p. 119 II 12 |
| 9. | <i>Ibid</i> | | p | 46 sq | |
| 10. | <i>Ibid</i> | | p | 130 sq | |



3^e méthode Le calcul exact des marchands

Comme Leibniz le dit lui même il a remarqué que la deuxième méthode entraîne aussi des conséquences absurdes lorsqu'il voulait calculer le prix d'achat d'une rente échelonné sur quarante années. Cette méthode favorise celui qui ne paie pas comptant mais par acomptes le créancier au lieu du débiteur. La troisième solution fournit la valeur juste

$$x = p \left(\frac{v}{v+1} \right)^a$$

Leibniz déduit cette formule de trois manières
Premièrement comme la somme de la série infinie

$$1 \frac{p}{v^0} \frac{ap}{1v^1} \frac{a(a+1)p}{1 \cdot 2 v^2} \frac{a(a+1)(a+2)p}{1 \cdot 2 \cdot 3 v^3}$$

obtenue en réunissant plusieurs années en même temps

Deuxièmement en calculant pas à pas un nombre infini de paiements mutuels virtuels d'anticipation et de compensation

$$\frac{v}{v+1} \frac{20}{21} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{400} \quad \frac{1}{8000}$$

Le débiteur et le créancier sont subordonnés à un mécanisme infini potentiel de rabais. Il met en évidence que Pfautz n'a pu ni trouver ni démontrer le dément du calcul à savoir la proportionnalité v sans les 1, 20, 21 séries infinies

Troisièmement en renversant la formule des intérêts $x \left(\frac{v+1}{v} \right)^a$ composés

$$\text{en } x = p \left(\frac{v}{v+1} \right)^a.$$

11.	<i>Ibid</i>	p	130 sq		
12.	<i>Ibid</i>	p	120 125	360 sq	368 sq
13.	<i>Ibid</i>	p	266 sq	278 sq	
14.	<i>Ibid</i>	p	220 sq		
15.	<i>Ibid</i>	p	92 sq		



Le procédé ne révèle pas pourquoi le reproche des intérêts composés n'est pas justifié ici. C'est la capitalisation des intérêts qui justifie la légitimité de la position des rabais. On peut réclamer des intérêts des intérêts qu'on paie avant la date convenue ou prématurément. On ne peut pas réclamer des intérêts des intérêts que le débiteur n'a pas payés à temps.

Le calcul politique : la démographie

Leibniz a souligné partout l'importance des statistiques concernant le pays et les gens pour un bon gouvernement de l'État. ¹⁶ Le calcul politique correspondait à l'arithmétique politique des démographes contemporains anglais comme William Petty (1623-1687) et John Graunt (1620-1674). Leibniz cite leurs publications ainsi que celles des Hollandais Jan Willem van de Waerden et de l'Anglais Edmond Halley. En d'autres mots, l'intérêt de la démographie est européen.

En 1682, Leibniz énumère sept questions. Il cherche ainsi l'âge auquel on est le plus atteint de maladies, le nombre d'enfants qui atteignent l'âge adulte, la durée moyenne de la vie humaine, l'accroissement et le décroissement du genre humain, la valeur de rentes viagères, etc.

Ces considérations étaient généralement basées sur l'expérience, elles étaient incertaines et individualisées. Leibniz préférait expressément des considérations générales qui n'étaient pas fondées sur des tables de mortalités, des considérations hypothétiques pour calculer les espérances de vie, les valeurs des rentes viagères. Leibniz fut un pionnier de la modélisation mathématique de la réalité. Il avait conscience qu'il travaillait avec des hypothèses fortement simplifiées. Il était, si l'on veut, un terrible simplificateur.

Ses hypothèses certaines étaient presque toujours les suivantes :

- Hyp 1 : Tous les hommes sont également vitaux
- Hyp 2 : Chaque âge est également fatal
- Hyp 3 : La limite de la vie humaine est de 80 ans. Leibniz utilise différentes limites de vie : 70, 80 et 81 ans.

La durée de vie réelle n'était qu'un cas particulier d'un nombre fini de durées possibles. La vie humaine est subordonnée à un ordre de mortalité aux événements.

16. Eberhard Knobloch, *Les années de Leibniz : Les deux Labyrinthes. Décade de Cerisy la Salle 15-22 juin 1995*, publ. par D. Berlioz et F. Nef, Stuttgart, Steiner, p. 543-558, ici W. Leibniz, *Hauptschriften*, op. cit., 242 sq.

17. G. W. Leibniz, *Hauptschriften*, n. p. c. III, 15.

18. G. W. Leibniz, *Hauptschriften*, n. p. c. III, 15.

19. *Ibid.*, p. 416-419, 472 sq., 448 sq.



accidentels c'est une image de l'ordre divin. Le hasard n'est que l'ignorance de l'enchaînement des causes qui dépend de la Providence. Il est vrai que le destin humain dépend de la Providence, mais à la façon de *deus a seculo* dans sa *du hasard*. Leibniz concilie le rôle de la Providence avec une équiprobabilité des destins individuels : le risque de mourir est toujours le même pour tous.

Leibniz suppose une population stationnaire : le nombre total des hommes reste inchangé. Le nombre d'êtres humains naissant est le même que celui qui meurent. Dans cette hypothèse, il déduit des formules pour la durée de la vie moyenne d'individus ou de groupe de personnes d'un âge quelconque. Les hypothèses sont fondamentales pour un tel calcul. Si on les change, on obtiendra d'autres résultats.

Par exemple, soit un âge identique d'un groupe de n personnes. Les personnes peuvent avoir la même espérance de vie à savoir n inférieure à 80 années. Soit $t = 79$ années, la durée de vie maximale. Leur espérance de sera

$$\frac{n}{n+1} 79 \text{ a}$$

La moyenne arithmétique est la fonction estimatrice de valeurs équiprobables prises dans la vie des paysans. De ce fait, la durée de vie prévisible d'une association de personnes est la moyenne des durées de vie de n uples, par exemple $1, 2, \dots, n$. La durée de la vie d'une association est la limite supérieure des longévités individuelles de ses membres : une association survit jusqu'à la mort du dernier membre.

Finalement, ses calculs présentent trois résultats : une formalisation simple et originale de l'espérance de vie d'individus et d'associations, le fondement d'une analyse rigoureuse en termes probabilistes de la mortalité et une approche philosophique des problèmes de l'unité et de la multitude, du certain et du possible, de la nécessité et de la contingence, du déterminisme et de la liberté.

Les rentes viagères : Les mathématiques comme force politique

Quel est le prix d'achat correct d'une rente viagère ? En s'intéressant à cette question, Leibniz soulignait particulièrement l'importance de la démographie.

La durée de vie d'un homme ne peut être révélée que par un prophète ou par une révélation divine. Le mathématicien des assurances, Leibniz, doit utiliser

20. Jean-Marc Rohrbasser et Jacques Léon, *Mémoire et les raisonnements sur la vie humaine*, Préface de M. Barbut, Paris, Institut National d'Études Démographiques, p. 88.

21. G. W. Leibniz, *Hauptschriften*, pop. cit. 466 sq., 494 sq., 498 sq.

22. J. M. Rohrbasser et J. Veron, *Leibniz*, 880p. cit.

23. G. W. Leibniz, *Hauptschriften*, pop. cit. 414-419.

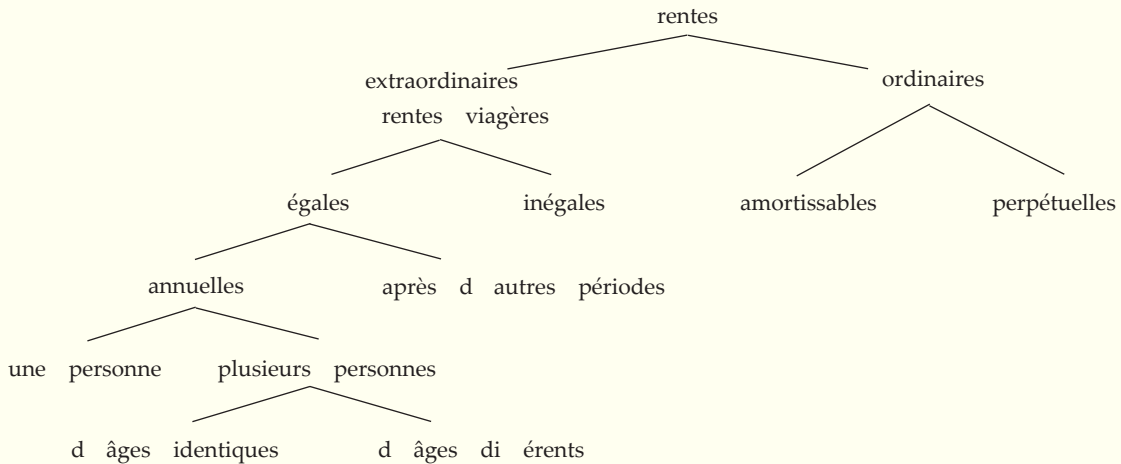


le calcul des probabilités a n d a ribuer une durée prévisible aux rentes viagères et ainsi un prix d achat juste malgré l incertitude une certaine estimation sû et mathématique de la probabilité est possible *certa quædam et mathematica probabilitatis æstimatio* Leibniz calculait le prix d achat d une rente à terme à l aide de son opération d escompte il s agit des valeurs actuelles des paiements échus à di érentes époques pour une date commune d achat Soit a le nombre des années p le prix d achat i le taux d intérêt annuel et x la pension annuelle

Leibniz propose la formule

$$x \left(1 - \left(\frac{v}{v+1} \right)^a \right) vp$$

quatre fois sans la publier et rien d autre concernant ses amples considérations sur les rentes viagères L objectif de tels calculs est la transformation de ces rentes en rentes ordinaires c est à dire que Leibniz utilisait la division suivante



24. G W Leibniz *Hauptschriften* pop. ci446 sq voir aussi p 416 sq
 25. G W Leibniz *Hauptschriften* n8p. Et 10 II 11 II 12 III 17



Le diagramme illustre la méthode leibnizienne. D'abord, il rend constant et égal le plus de quantités variables possible : les rentes sont toujours égales, les paiements sont réalisés après une année, on paie à une personne, si il s'agit de plusieurs personnes, ces personnes sont d'âges identiques. Pas à pas, il généralise ces conditions : les rentes sont inégales, les espaces de temps entre les paiements sont plus petits qu'une année, on paie à des associations dont les membres peuvent être d'âges différents.

Il a exécuté des calculs longs et compliqués pour les rentes qui sont inégales dans des espaces de temps différents. Il dit que les rentes viagères de groupes d'hommes d'âges différents est l'apogée de telles études *huius inquisitionis fastidium*. Cependant, il n'a rien publié de ces résultats.

L'endettement des États

Pour Leibniz, les rentes viagères ou d'autres rentes amortissables semblaient être le moyen approprié pour régler l'endettement excessif des États ou pour se procurer l'argent nécessaire aux cités, des États ou des princes, et cela de telle manière que le créancier ne subisse aucun tort. Les mathématiques aident à trouver le prix juste d'achat de la rente que l'État doit accorder au créancier, comme en d'autres temps, la justice est le but de l'action. Elle ne concerne seulement le pourcentage, mais aussi la question de savoir si l'on peut régler une dette de cette manière. Leibniz explique expressément ce qu'il pense de la politique. Le bien commun est plus important que le bien individuel. Tandis qu'on ne peut pas forcer un homme privé à accepter une rente, c'est à dire un acompte, contre sa volonté, on ne peut pas non plus qu'un débiteur puisse régler sa dette. L'État criblé de dettes doit avoir ce droit.

Salutis enim publicæ maxima semper ratio habenda est

qu'il faut toujours tenir compte du bien public. Il est vrai que l'on doit accorder un pourcentage plus élevé en cas de nécessité pour des raisons d'équité que donne le calcul mathématique, il faut prévoir des dommages intérêts pour ainsi dire.

Leibniz critique sévèrement Johann Joachim Becher, un chimiste et économiste. Becher avait conseillé à l'empereur d'emprunter un million aux Hollandais en payant un pourcentage invariable de pendant 40 ans. Pour des raisons mathématiques, moins de six pour cent auraient été raisonnables. On aurait pu

26. *Ibid.* p. 468 sq.

27. Gofried Wilhelm Leibniz, *Lebensgeschichte des Philosophen, 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités, la théorie des jeux, l'espérance de vie*, texte établi, traduit, introduit et annoté par M. Parmentier, Paris, Vrin, 1995, p. 289.

28. G. W. Leibniz, *L'estime*, pop. cit. 36.

29. G. W. Leibniz, *Hauptschriften*, pop. cit. 84 sq.

30. *Ibid.* p. 380 sq.

les porter à dix ou douze pour cent pour des raisons politiques non pas pour des raisons juridiques afin de compenser le risque d'incendie calculable pour le créancier privé. Leibniz discute l'exemple d'une cité dont les perceptions sont de 24 000 mais qui souffre à cause des intérêts et qui dépend des besoins publics. Pour remédier à ce mal, Leibniz propose une aide de dix ans à la part des citoyens et une restriction temporaire des dépenses publiques. Dans ce cas, les créanciers pourraient obtenir 15 000 par an. Après dix ans, les dépenses seraient amorties.

Qu'aurait dit Leibniz sur la situation de Berlin en 2007 ? Elle avait une dette de 2,4 milliards, soit 4 millions de marks plus importante. Le poids des dépenses de maintenance qui coûte des intérêts d'environ 2 milliards par an.

Épilogue

En 1997, il y a neuf ans, Walter Hauser a publié *Supplément aux calculs des probabilités*. Tandis que Hauser y discute amplement les travaux de pionnier de Jan de Wit, John Graunt, William Petty sur l'arithmétique politique, sur l'ordre de mortalité, sur la démographie, sur les rentes viagères, sur la question des assurances que Leibniz connaissait, citait, utilisait, il ne dit rien sur les travaux leibniziens concernés. La plupart de ces travaux n'étaient pas encore publiés en 1997, si l'on fait abstraction du livre de Marc Parmentier qui fut utilisé par Mary Sol de Mora Charles.

Depuis cette date, la situation a fondamentalement changé. Un volume bilingue est paru contenant les écrits leibniziens les plus importants concernant ce sujet. Cet article s'appuie essentiellement sur ce volume. Une année plus tard, en 2008, Jean-Marc Rohrbasser et Jacques Véron de l'Institut National d'Études Démographiques à Paris publièrent leur *Leibniz et les raisonnements sur la vie humaine*. Celui-ci montre de manière réjouissante la réception très rapide des études leibniziennes. Il démontre le grand intérêt pour ces études, qui ont de bonnes chances de trouver un public important.

Eberhard Knobloch, Technische Universität Berlin

31. *Ibid.* p. 386 sq.

32. Walter Hauser, *Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Die Verbindung von Glücksspieltheorie und statistischer Praxis vor Laplace*, Stuttgart: Steiner, 1997.

33. G. W. Leibniz, *op. cit.* M. Sol de Mora Charles, "Pensiones, rentas y seguros. Los primeros cálculos y la participación de Leibniz de la Probabilidad y la Estadística", AHEPE 2002, p. 35-48.

34. G. W. Leibniz, *Hauptschriften*, *op. cit.*

35. J. M. Rohrbasser et J. Veron, *Leibniz... op. cit.*

Bibliographie

- HAUSER Walter *Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Die Verbindung von Glücksspieltheorie und statistischer Praxis vor Laplace* Stuttgart Steiner 1997
- KNOBLOCH Eberhard *Les nances actualité de Leibniz : Les deux Labyrinthes. Décade de Cerisy la Salle 15-22 juin 1995* publ par D Berlioz et F Nef Stuttgart Steiner 1999 543 558
- KNOBLOCH Eberhard *Die Schri en im Überblick Leibniz, Handschriften zur Versicherungs- und Finanzmathematik*, éd par E Knobloch et J M Graf von der Schulenburg Berlin Akademie Verlag 2000 573 589
- KNOBLOCH Eberhard *Leibniz versicherungswissenschaftliche Schri en im Überblick Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 2001 t 90 p 293 302
- LEIBNIZ Go fried Wilhelm *Le temps des apparences, 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités, la théorie des jeux, l'espérance de vie* texte établi traduit introduit et annoté par M Parmentier Paris Vrin 1995
- LEIBNIZ Go fried Wilhelm *Hauptschriften zur Versicherungs- und Finanzmathematik* éd par E Knobloch et J M Graf von der Schulenburg Berlin Akademie Verlag 2000
- de MORA CHARLES Mary Sol *Pensiones rentas y seguros Los primeros cálculos y la participación de Leibniz* *Historia de la Probabilidad y la Estadística AHEPE* p 35 48
- ROHRBASSER Jean Marc VERTON Jacques *Leibniz et les raisonnements sur la vie humaine* préface de M Barbut Paris Institut National d Études Démographiques 2001

